

# 1. Test aus *Theoretische Elektrodynamik*

10. Februar 2022

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Betrachten Sie  $N$  Punktladungen mit den Ladungen  $q_i$ , die sich an den Orten  $\mathbf{r}_i$  befinden.

- Geben Sie die Ausdrücke für das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  sowie das zugehörige Potential  $V(\mathbf{r})$  an.
- Leiten Sie den Ausdruck für die potentielle Energie  $W$  her, die in der Ladungsverteilung gespeichert ist.
- Geben Sie für eine kontinuierliche Ladungsverteilung  $\rho(\mathbf{r})$  die Ausdrücke für das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  sowie das zugehörige Potential  $V(\mathbf{r})$  an.
- Verallgemeinern Sie den Ausdruck aus Aufgabe 1(b) für eine kontinuierliche Ladungsverteilung  $\rho(\mathbf{r})$  und drücken Sie  $W$  durch das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  aus.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

- Diskutieren Sie, weshalb die Oberfläche eines elektrischen Leiters eine Äquipotentialfläche ist und weshalb im Inneren des Leiters kein Feld vorhanden ist.
- Zeigen Sie, dass die Lösung der Poissongleichung für eine Ladungsverteilung  $\rho(\mathbf{r})$  in einem Gebiet  $\Omega$  eindeutig ist, wenn man die Werte des Potentials am Rand  $\partial\Omega$  kennt (1. Eindeigkeitstheorem).

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

- Betrachten Sie eine Ladungsverteilung  $\rho_f + \rho_b$ , die aus einem freien und einem gebundenen Teil besteht. Wie ist  $\rho_b$  mit der Polarisation  $\mathbf{P}$  verknüpft?
- Leiten Sie aus dem Gaußschen Satz die dielektrische Verschiebung her. Wie ist sie definiert?
- Was sind "lineare Medien"? Geben Sie den Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischem Feld an.
- Erläutern Sie die Begriffe "Suszeptibilität" sowie "Dielektrizitätskonstante". Wie sind sie definiert, was beschreiben sie physikalisch?

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**

- Wie sieht in der Magnetostatik der magnetische Fluss  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  aus, der von einer Stromverteilung  $\mathbf{J}(\mathbf{r})$  hervorgerufen wird?
- Wie sind  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  und  $\nabla \times \mathbf{B}$  in der Magnetostatik definiert?
- Zeigen Sie, wie das Vektorpotential in der Magnetostatik definiert ist und leiten Sie die Bestimmungsgleichung für  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  her.

(weiter auf der Rückseite)

- d. Diskutieren Sie das Prinzip von Eichtransformationen und bestimmen Sie die Eichfunktion  $\lambda(\mathbf{r})$ , die zu einem transversalen Potential  $\nabla \cdot \mathbf{A}$  führt.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Schreiben Sie die Maxwellgleichungen an und zeigen Sie, wie man aus ihnen das Poyntingtheorem herleiten kann. Diskutieren Sie in Worten die Bedeutung des Theorems.

**Aufgabe 6 (10 Punkte)**

- Zeigen Sie, wie man aus den Maxwellgleichungen die Wellengleichung herleiten kann.
- Betrachten Sie eine ebene, harmonische Welle mit Wellenzahlvektor  $\mathbf{k}$  sowie Kreisfrequenz  $\omega$  (komplexe Darstellung): Wie sehen die Maxwellgleichungen aus? Tipp: Ersetzen Sie  $\nabla \rightarrow \mathbf{k}$  und  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -\omega$ .
- Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen Wellenzahl  $k$  und Kreisfrequenz  $\omega$  (Dispersionsrelation).
- Zeigen Sie, dass elektromagnetische Wellen Transversalwellen sind.

**Aufgabe 6 (10 Punkte)** Schreiben Sie die Maxwellgleichungen in Materie an (benutzen Sie  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{H}$ ). Zeigen Sie durch explizite Rechnung, wie man die Randbedingungen der Felder an einer Grenzschicht in Abwesenheit von Oberflächenladungen und Oberflächenströmen bestimmen kann.

**Aufgabe 7 (10 Punkte)**

- Zeigen Sie, wie in der Elektrodynamik die Potentiale  $V$  und  $\mathbf{A}$  definiert sind.
- Was sind Eichtransformationen? Erklären Sie den Begriff anhand der Lorenzeichung.
- Geben Sie die allgemeinen Ausdrücke für  $V(\mathbf{r}, t)$  und  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  in der Lorenzeichung an (retardierte Potentiale).
- Wie lässt sich der Ausdruck für  $\mathbf{A}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$  für eine harmonische Zeitabhängigkeit vereinfachen? Leiten Sie den führenden Term für die Potentiale in großer Entfernung von der Quelle her.

**Aufgabe 8 (10 Punkte)**

- Wie sind die Vierergeschwindigkeit sowie der Viererimpuls in der Relativitätstheorie definiert? Wie transformieren sie bei einer Lorentztransformation?
- Geben Sie den kovarianten Ausdruck für die Lorentzkraft an (erläutern Sie kurz die vorkommenden Größen). Wie ist die Viererkraft  $f^\mu$  mit der üblichen Kraft  $\mathbf{F}$  verknüpft?
- Wie sehen die Maxwellgleichungen in kovarianter Formulierung aus?